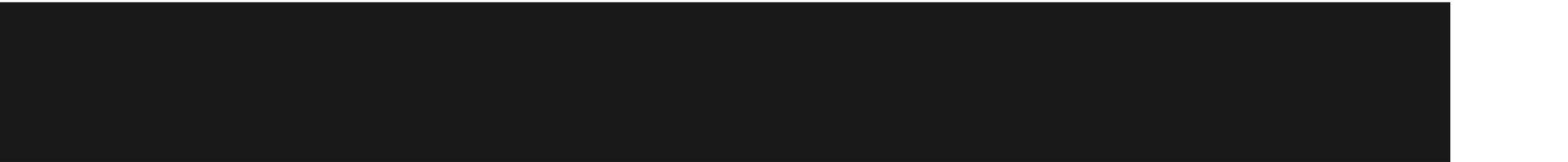


# Difusão de Informação



# Difusão de Informação

Determinamos até agora:

- ❑ Formas de detectar os nós centrais de uma rede, de acordo com o objeto de estudo e;
- ❑ Como os nós podem ser agrupados formando comunidades distintas e bem separadas



# Difusão de Informação

Algumas perguntas surgem:

- ❑ Como uma informação se propaga nessa rede?
- ❑ Qual a velocidade da propagação?
- ❑ Ela atinge todos os nós?
- ❑ dentre outras perguntas....



# Difusão de Informação

Lembrem-se que informação nesse contexto significa aquilo que está sendo transmitido na rede:

- ❑ Dados transmitidos pela internet;
- ❑ Energia transmitida em uma cadeia alimentar;
- ❑ Pessoas trafegando em um sistema público de transporte;
- ❑ Doenças virais.



# Difusão de Informação

Lembrem-se que informação nesse contexto significa aquilo que está sendo transmitido na rede:

- ❑ Dados transmitidos pela internet;
- ❑ Energia transmitida em uma cadeia alimentar;
- ❑ Pessoas trafegando em um sistema público de transporte;
- ❑ **Doenças virais.**



# Difusão de Informação

Parte dos estudos de fluxo e difusão de informação se baseiam em estudos epidemiológicos.



Esses estudos modelam o espalhamento de doenças em redes sociais.

# Difusão de Informação

Existem dois modelos bem conhecidos:

**SIR (Suscetível-Infetado-Recuperado):** corresponde a um modelo em que uma pessoa passa pelo estágio de suscetível ao contágio, infectada e recuperada, quando não contrai novamente a doença.

**SIS (Suscetível-Infetado-Suscetível):** modelo similar ao anterior, mas ao se curar de uma doença a pessoa se torna novamente suscetível ao contágio.



# Modelo SIR

Esse modelo ocorre em três estágios:

- ❑ Inicialmente a pessoa está no estágio “suscetível” em que ela não **foi contagiada pela doença** mas pode ser **contagiada** com certa probabilidade  $P_{im}$ .
- ❑ Caso ela seja **contagiada**, essa pessoa passa para o estágio “infectado” e, nesse momento ela tem a “capacidade” de **contagiar** outras pessoas com probabilidade  $P_c$ .
- ❑ Finalmente, após certo tempo, a pessoa infectada se **recupera**, passando ao estágio “recuperado” e se torna **imune à doença** não podendo mais **transmitir a doença** ou **ser contagiado por ela**.



# Modelo SIR

Em um contexto generalizado:

- ❑ Inicialmente a pessoa está no estágio “suscetível” em que ela não **recebeu a informação** mas pode ser **informada** com certa probabilidade  $P_{im}$ .
- ❑ Caso ela seja **informada**, essa pessoa passa para o estágio “infectado” e, nesse momento ela tem a “capacidade” de **informar** outras pessoas com probabilidade  $P_c$ .
- ❑ Finalmente, após certo tempo, a pessoa infectada **termina de transmitir a informação**, passando ao estágio “recuperado” e **perde o interesse pela informação** não **transmitindo** ou **recebendo ela** novamente.



# Modelo SIR

Dado que temos uma população constante de tamanho **N**:

$S(t)$  – representa o número de pessoas ainda não infectadas no instante  $t$ .

$I(t)$  – representa o número de pessoas infectadas no instante  $t$ .

$R(t)$  – representa o número de pessoas recuperadas no instante  $t$ .

Temos que:

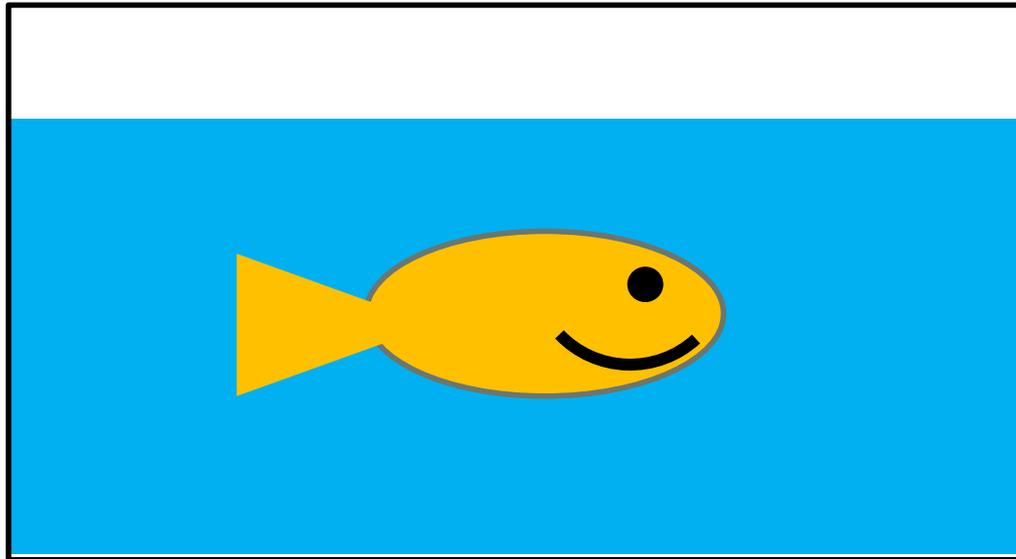
$$S(t) + I(t) + R(t) = N$$

em qualquer instante de tempo.



# Interrompemos essa apresentação...

Vamos falar um pouco de aquários:

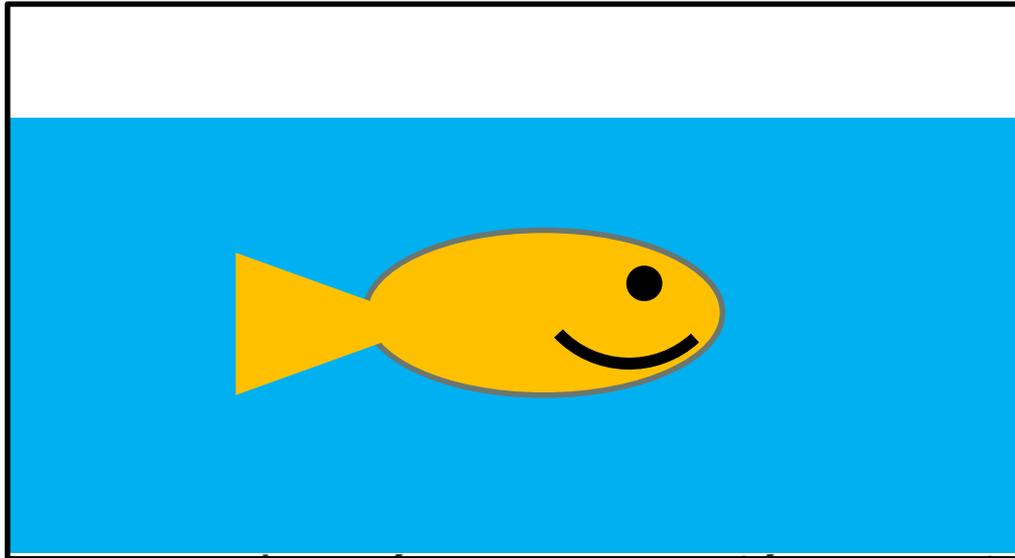


Imagine um aquário com água e que a quantidade de água em um instante de tempo é dada pela função  $Q(t)$



# Interrompemos essa apresentação...

A taxa de (de)crescimento de água é dada pela derivada dessa  
função em relação ao tempo:  $\frac{dQ(t)}{dt}$

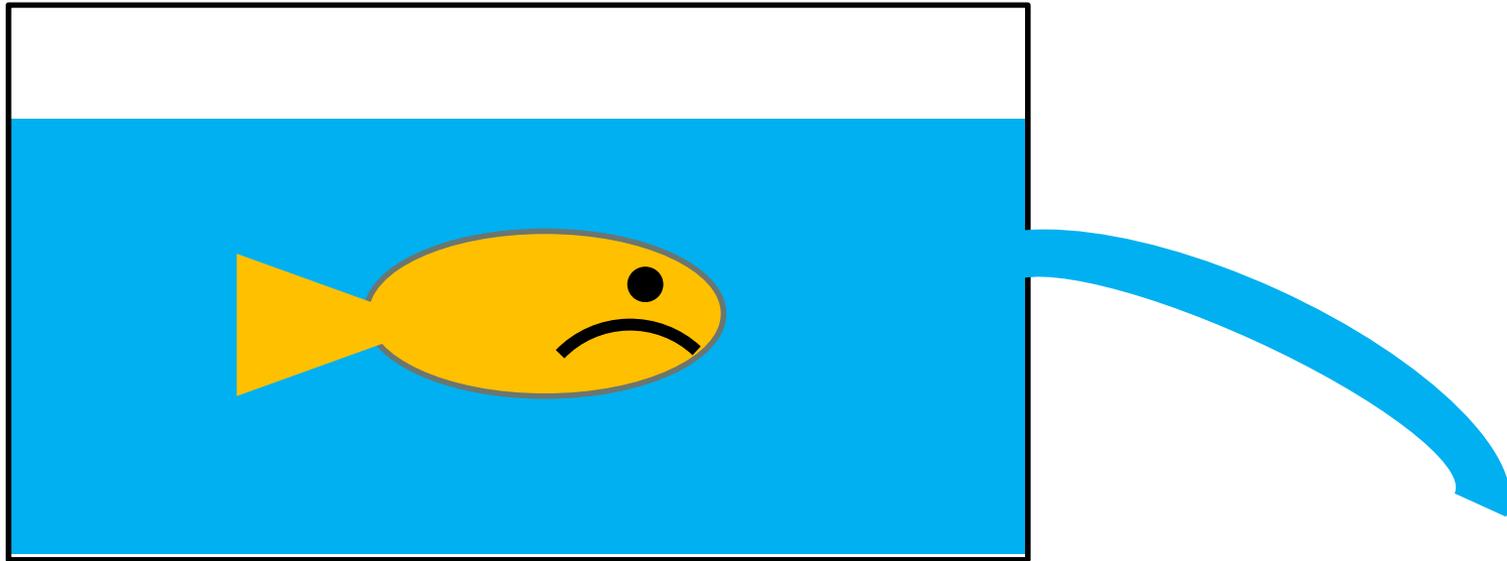


Em condições normais a água se mantém constante durante o  
tempo, logo:  $\frac{dQ(t)}{dt} = 0$



# Interrompemos essa apresentação...

Mas se fizermos um furo no aquário:



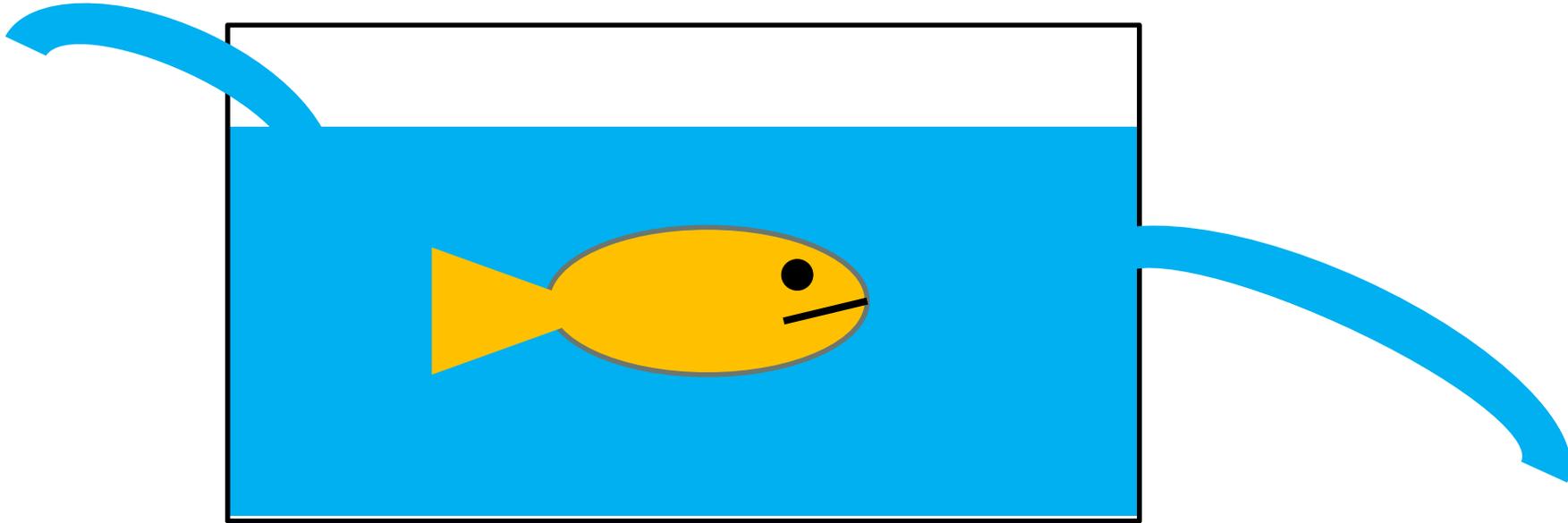
A taxa de crescimento da água será negativo e constante:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -\lambda$$



# Interrompemos essa apresentação...

E se compensarmos a saída de água com entrada de água



A taxa de crescimento da água será:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \tau - \lambda$$



# Retornando ao modelo SIR

- $$S(t) + I(t) + R(t) = N$$

Para uma pessoa passar de suscetível para infectada ela precisa encontrar uma pessoa infectada.

Dado  $\beta$  como sendo a taxa com que duas pessoas se encontram e  $I/N$  a taxa de pessoas infectadas, então a taxa com que pessoas suscetíveis se tornam infectadas é:

$$S \rightarrow I = \beta \times S \times \frac{I}{N}$$



# Retornando ao modelo SIR

- $$S(t) + I(t) + R(t) = N$$

Para uma pessoa passar de infectada para recuperada leva um determinado tempo para o sistema imune combater a doença.

Dado  $\gamma$  como sendo a taxa com que uma pessoa se recupera da doença ( $1/\gamma$  representa a duração média da doença):

$$I \rightarrow R = \gamma \times I$$



# Retornando ao modelo SIR

Logo, temos que:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$



# Retornando ao modelo SIR

Com essas equações diferenciais podemos encontrar pontos de equilíbrio e modelar o comportamento de uma doença em uma população.

Também é possível verificar o quão contagiosa é uma doença.

Mas, como isso se aplica em uma rede?

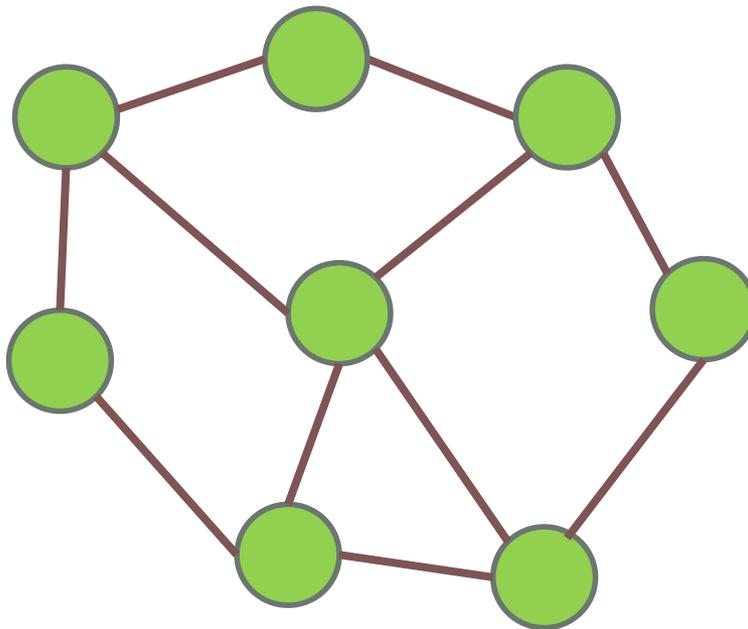


# Modelo SIR em uma rede

Parâmetros:

$p$  – probabilidade que um nó infectado contage seu vizinho

$t_i$  – tempo de duração do contágio

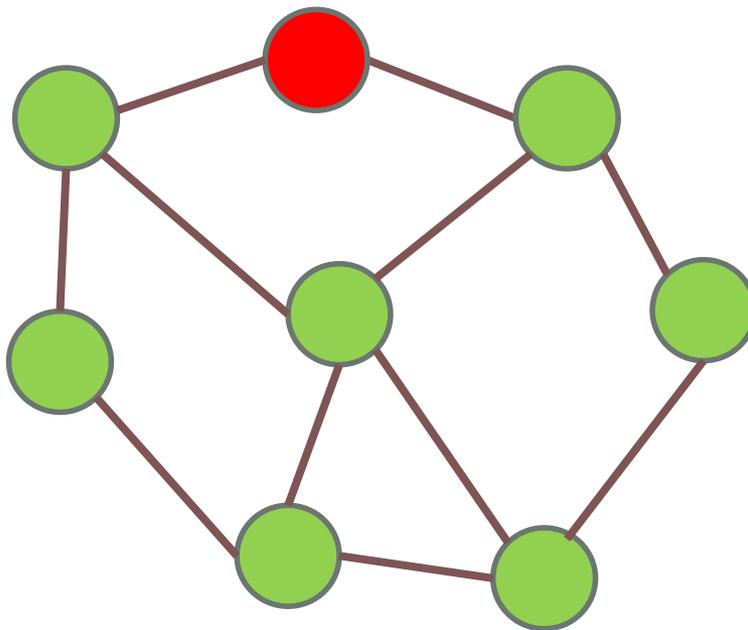


# Modelo SIR em uma rede

$$p = 0.8$$

$$t_i = 1$$

$$T = 0$$

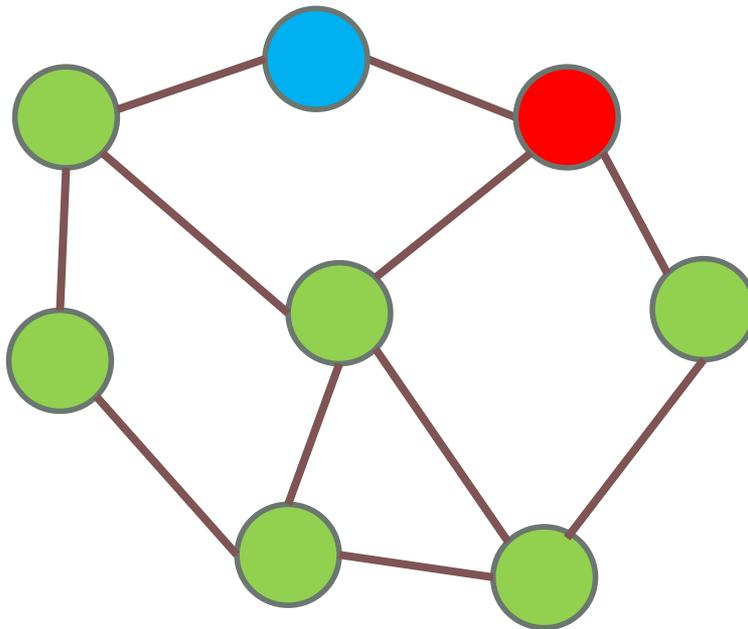


# Modelo SIR em uma rede

$$p = 0.8$$

$$t_i = 1$$

$$T = 1$$

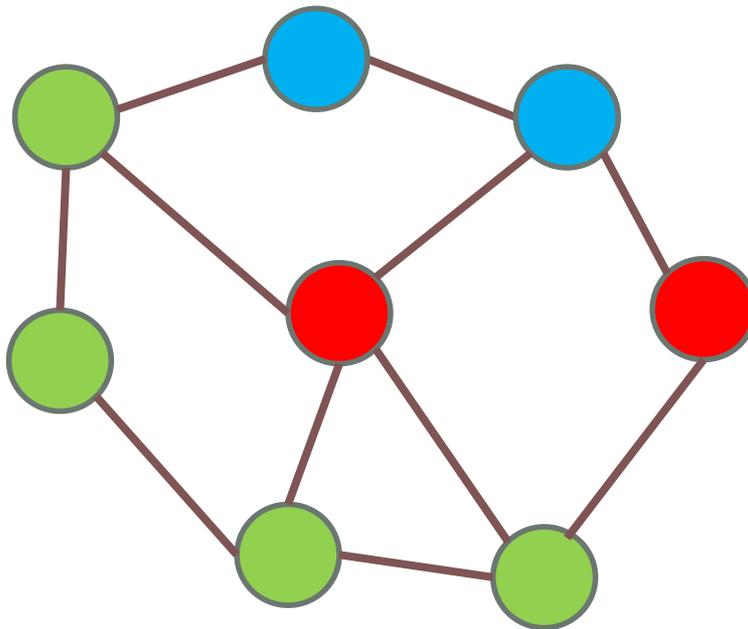


# Modelo SIR em uma rede

$$p = 0.8$$

$$t_i = 1$$

$$T = 2$$

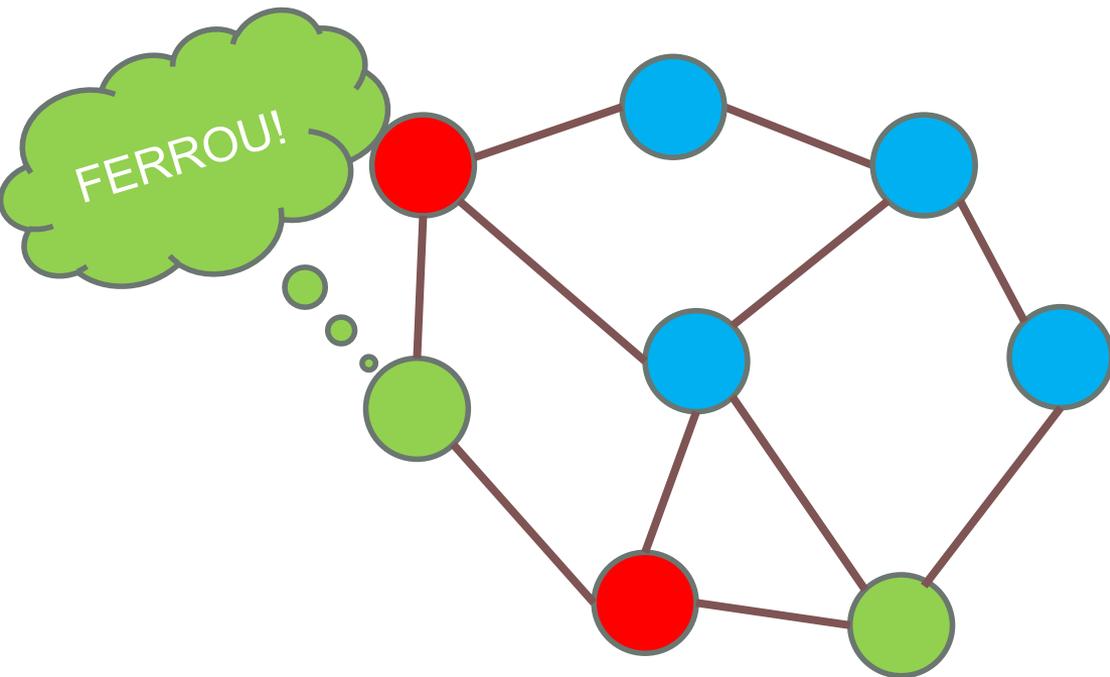


# Modelo SIR em uma rede

$$p = 0.8$$

$$t_i = 1$$

$$T = 4$$

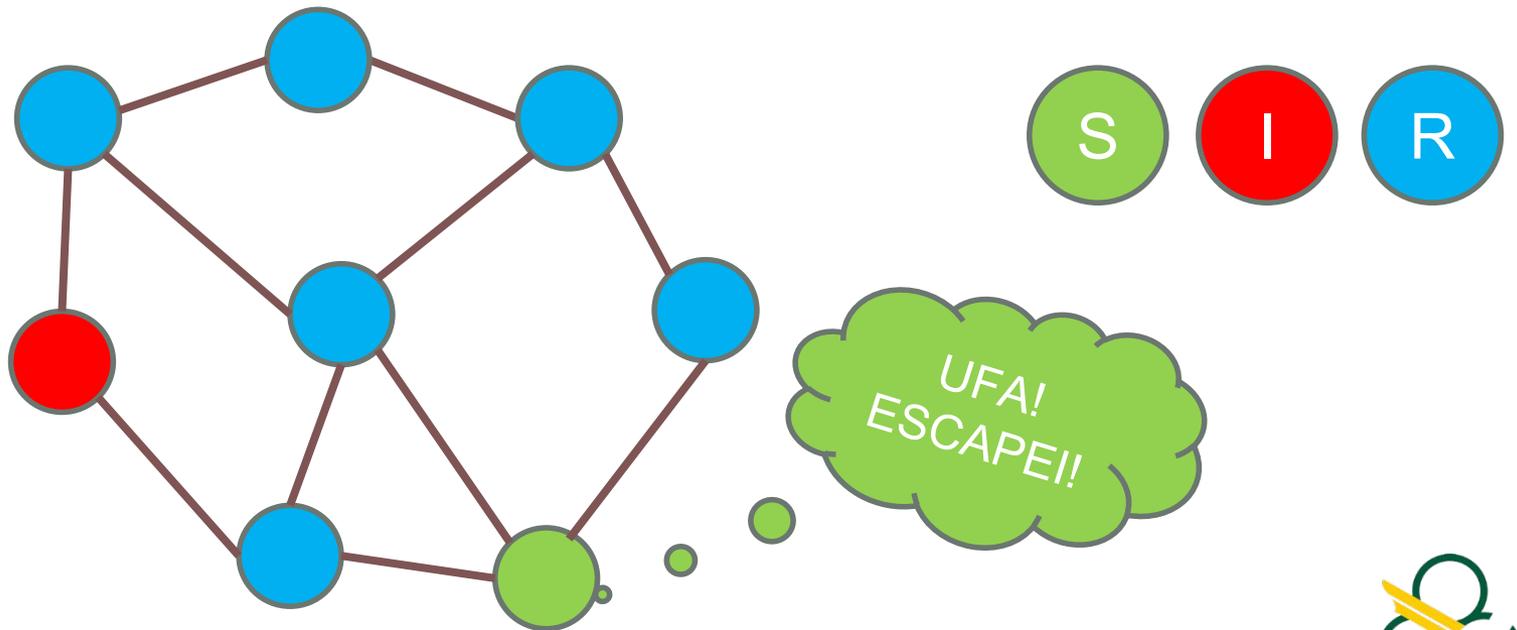


# Modelo SIR em uma rede

$$p = 0.8$$

$$t_i = 1$$

$$T = 5$$



# Perguntas que devem ser respondidas

- ❑ Dado um nó  $i$  inicialmente infectado, quais nós terão maiores chances de serem infectados?
- ❑ Qual nó da rede devo infectar para que tenha a maior chance de contágio na rede inteira?
- ❑ Quais nós da rede devo imunizar para que o vírus não se espalhe?



# Informação e Contágio

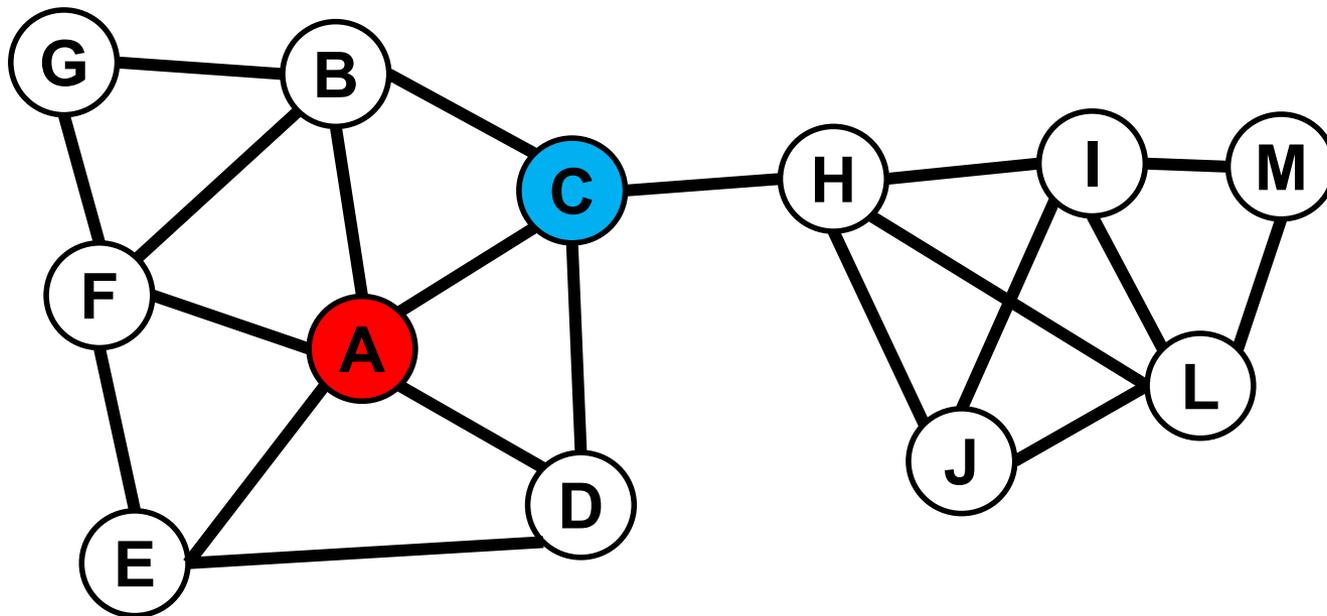
**Contágio simples (SIR):** nós são infectados com taxa constante.

**Absorção de informação:** nós adotam uma informação após serem expostos a ela por uma fração dos nós vizinhos.



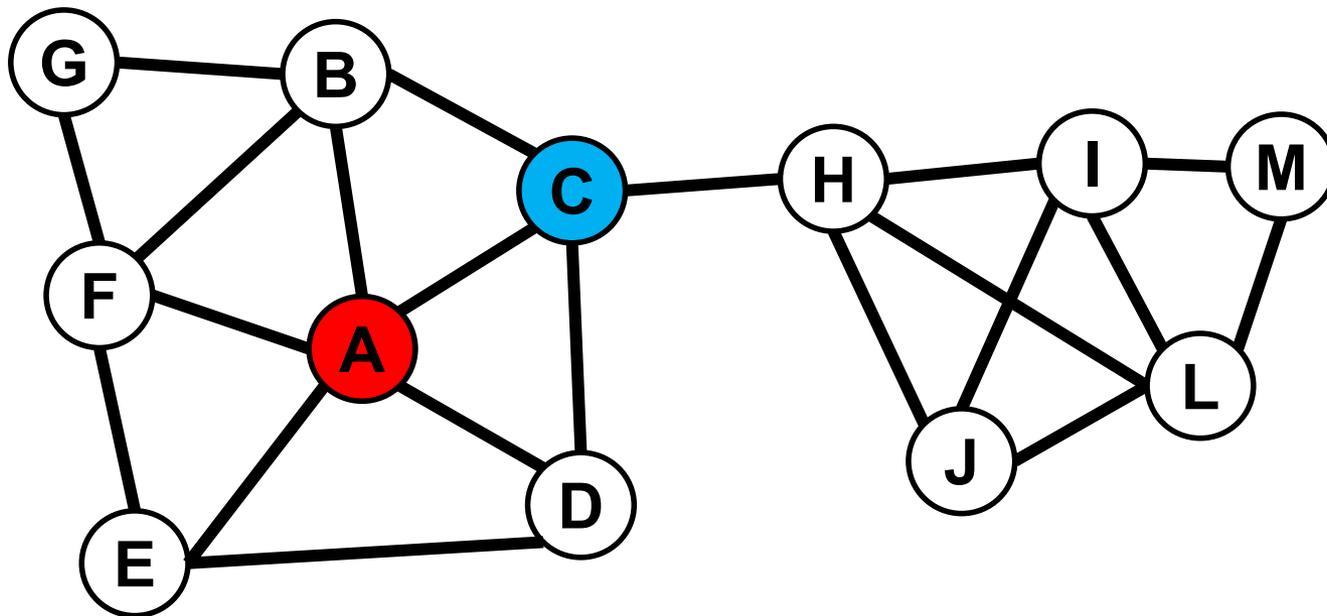
# Absorção de Informação

Na rede abaixo, digamos que o nó A e o nó C criaram um produto com a mesma utilidade e querem fazer com que os seus contatos adotem tal produto.



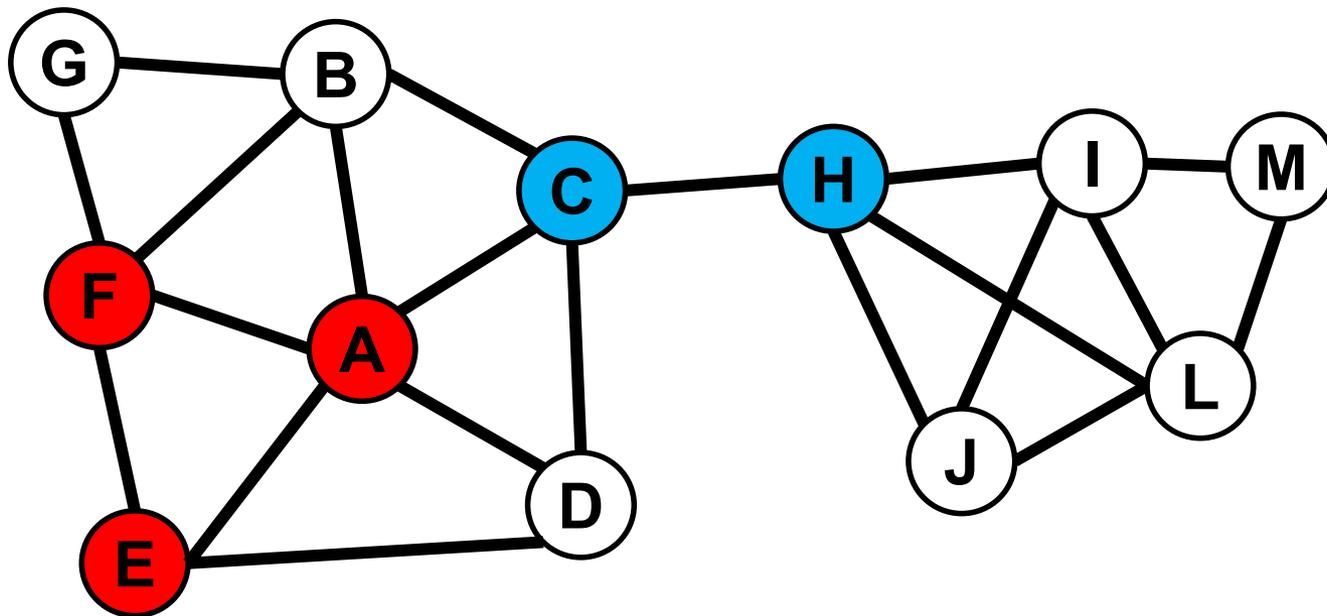
# Absorção de Informação

Um certo nó adota um novo produto SE a maioria dos nós vizinhos adota tal produto.



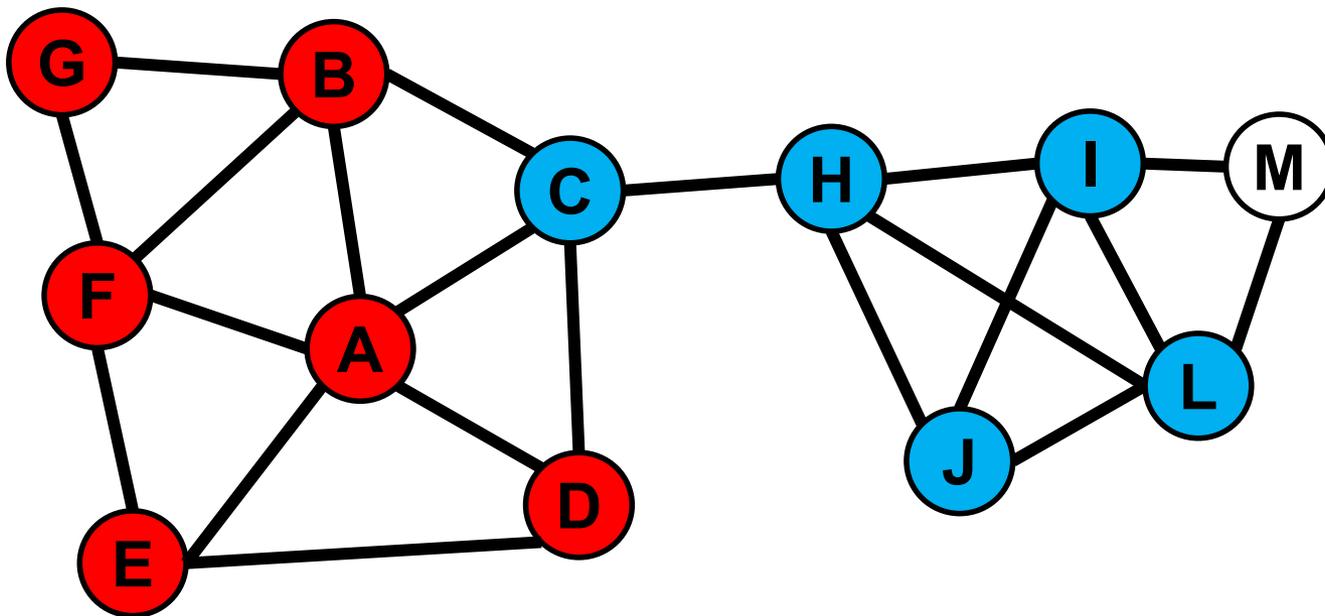
# Absorção de Informação

Um certo nó adota um novo produto SE a maioria dos nós vizinhos adota tal produto.



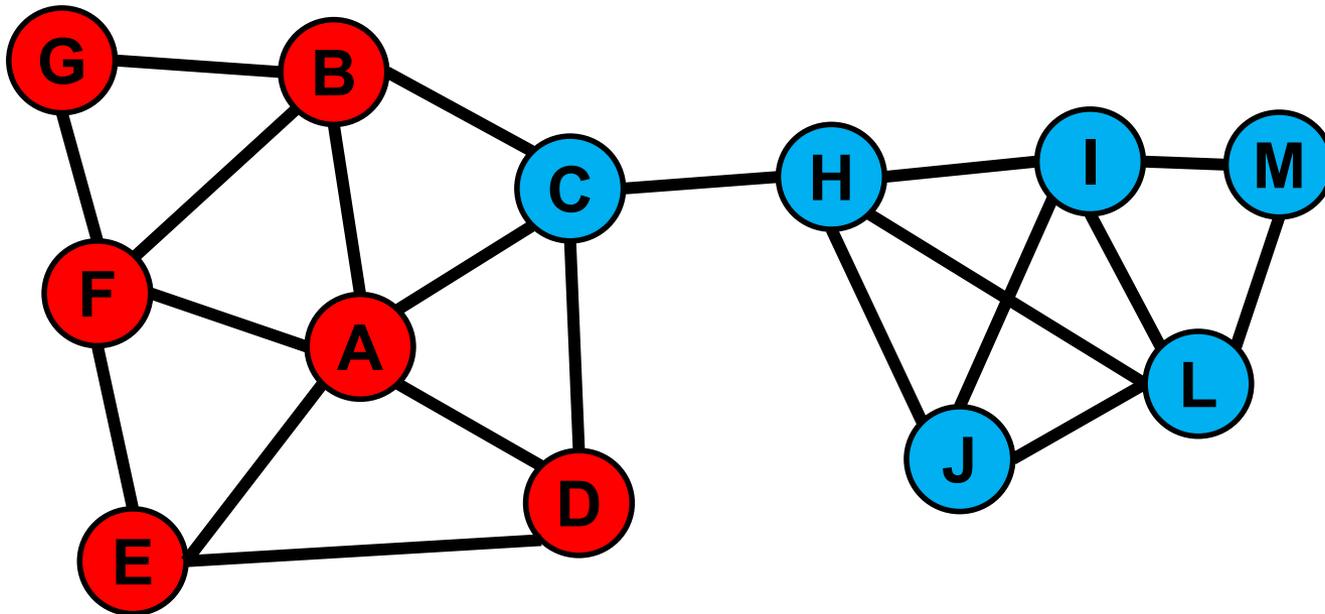
# Absorção de Informação

Um certo nó adota um novo produto SE a maioria dos nós vizinhos adota tal produto.



# Absorção de Informação

O nó A que tem ligações mais fortes conseguiu prevalecer mais rapidamente sua informação, enquanto o nó C conseguiu espalhar para uma rede que A não tem acesso.



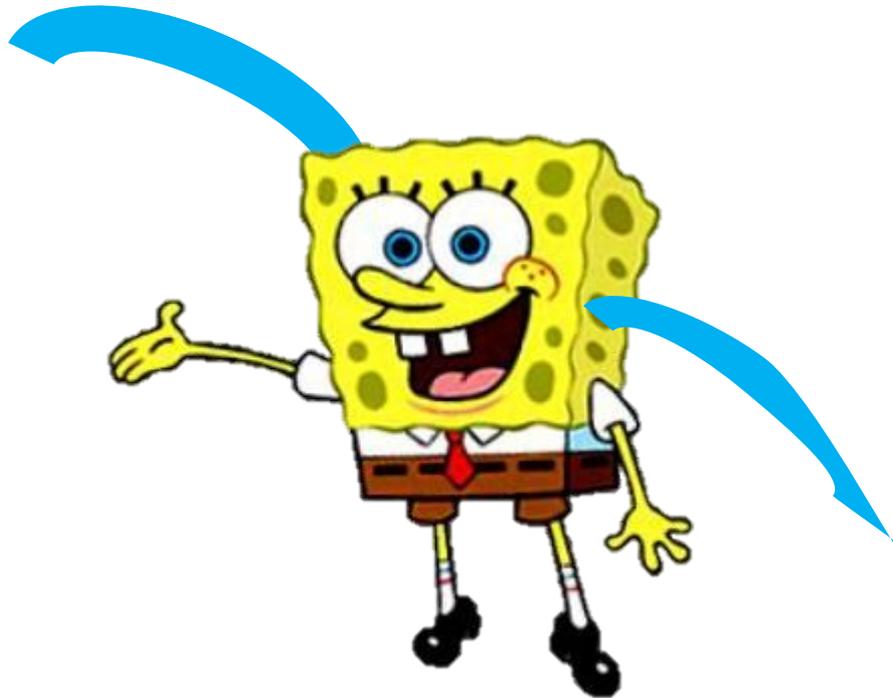
# Espalhamento da Informação

Outra questão relevante é: a informação consegue atravessar a rede inteira?

Essas perguntas podem ser respondida através do fenômeno de **PERCOLAÇÃO.**

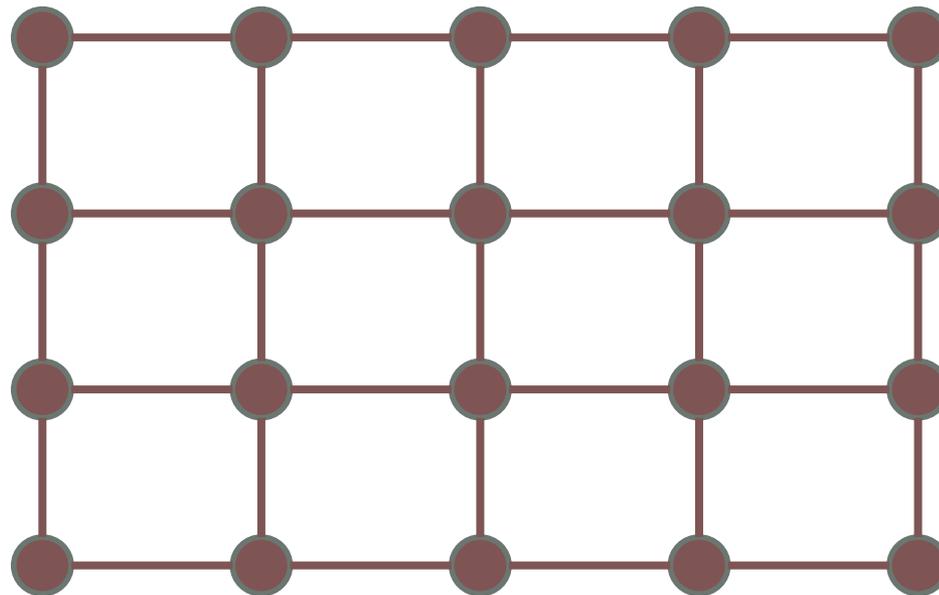
# Percolação

O modelo de percolação explica o fenômeno da penetração de fluidos em meios porosos.



# Percolação

Imagine uma rede, em forma de grade, que representa a tubulação de água de um prédio.

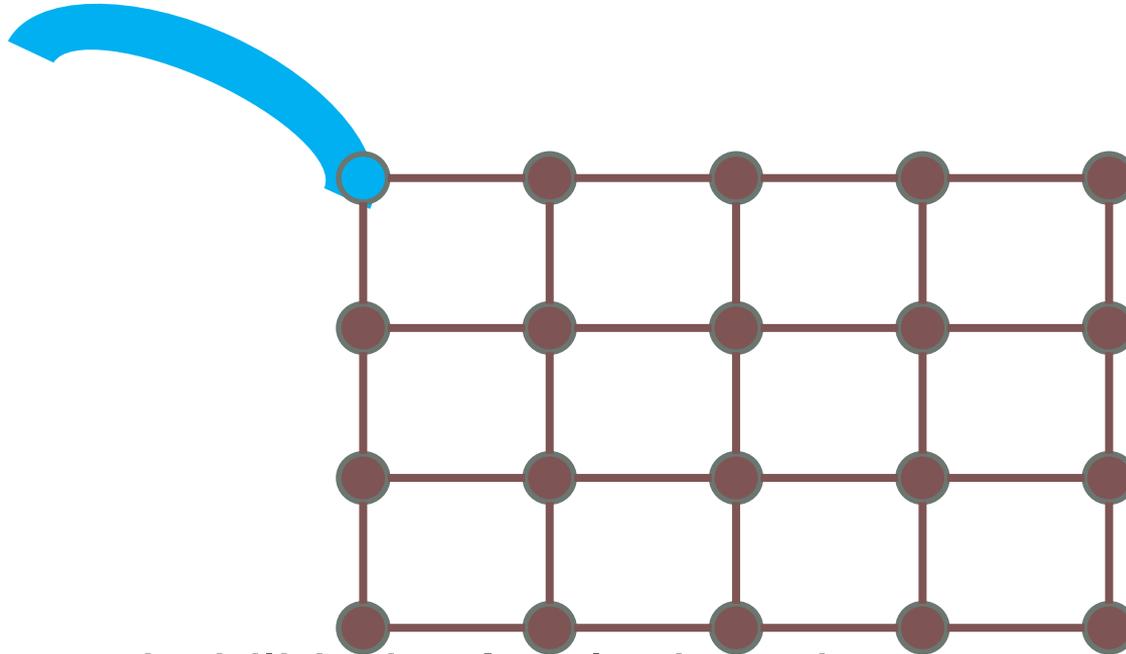


Cada nó é um ponto de interseção e cada aresta um cano ligando dois desses pontos.



# Percolação

Imagine agora que a água, partindo do primeiro nó, passa por um determinado nó com probabilidade  $p$ .

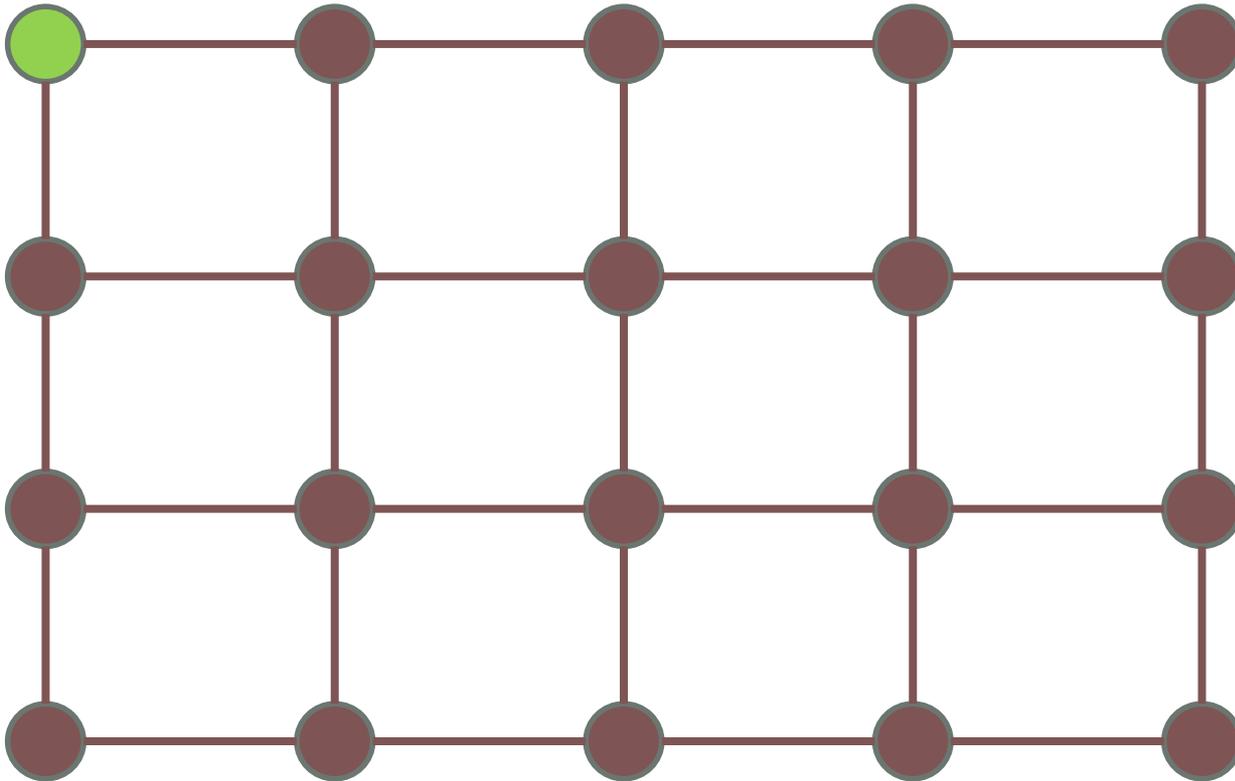


Essa probabilidade é relacionada com cada nó SER um poro ou não.



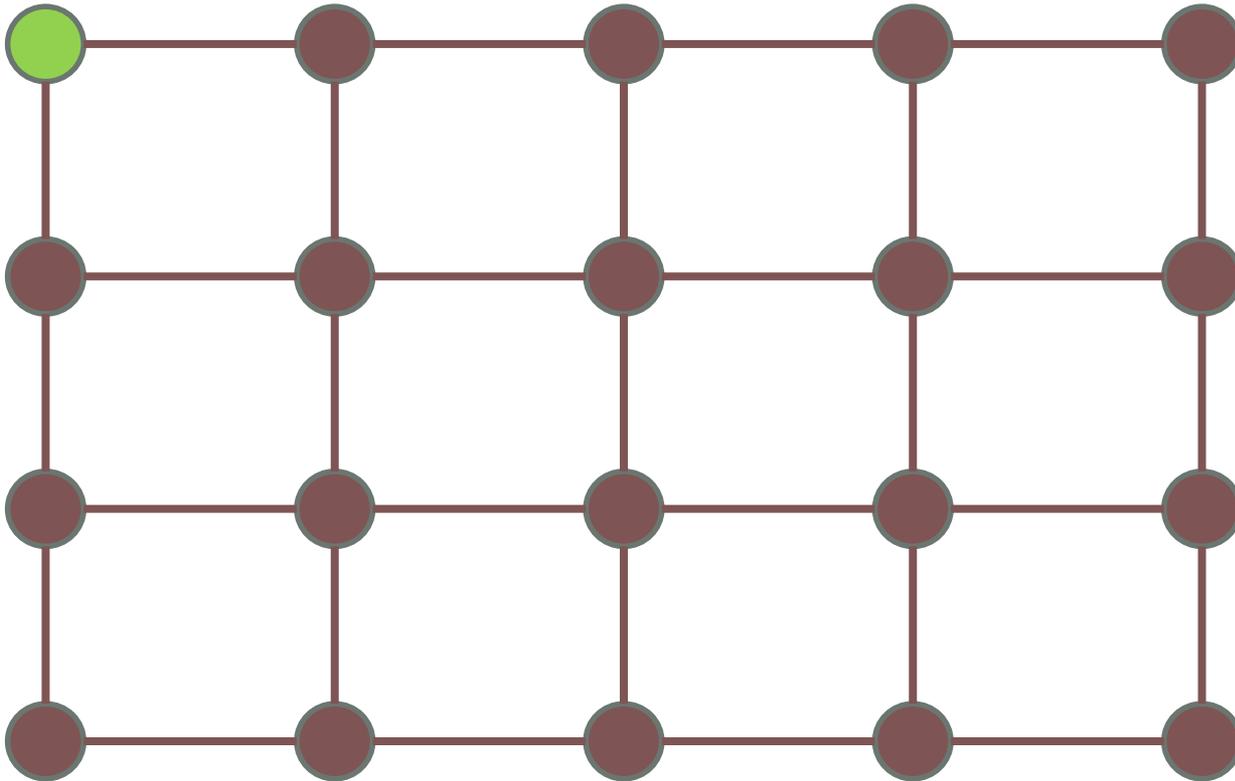
# Percolação

A pergunta é: a água conseguirá sair do meio poroso?



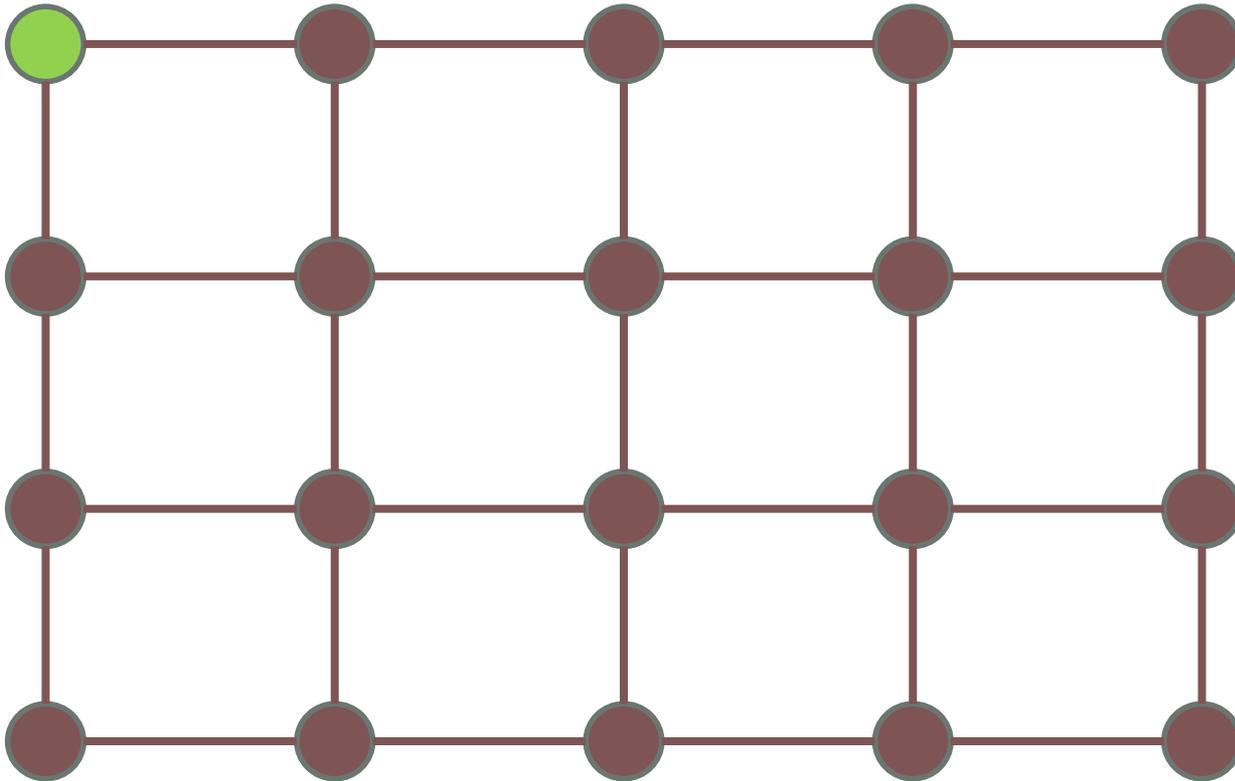
# Percolação

O nó verde representa o nó inicial



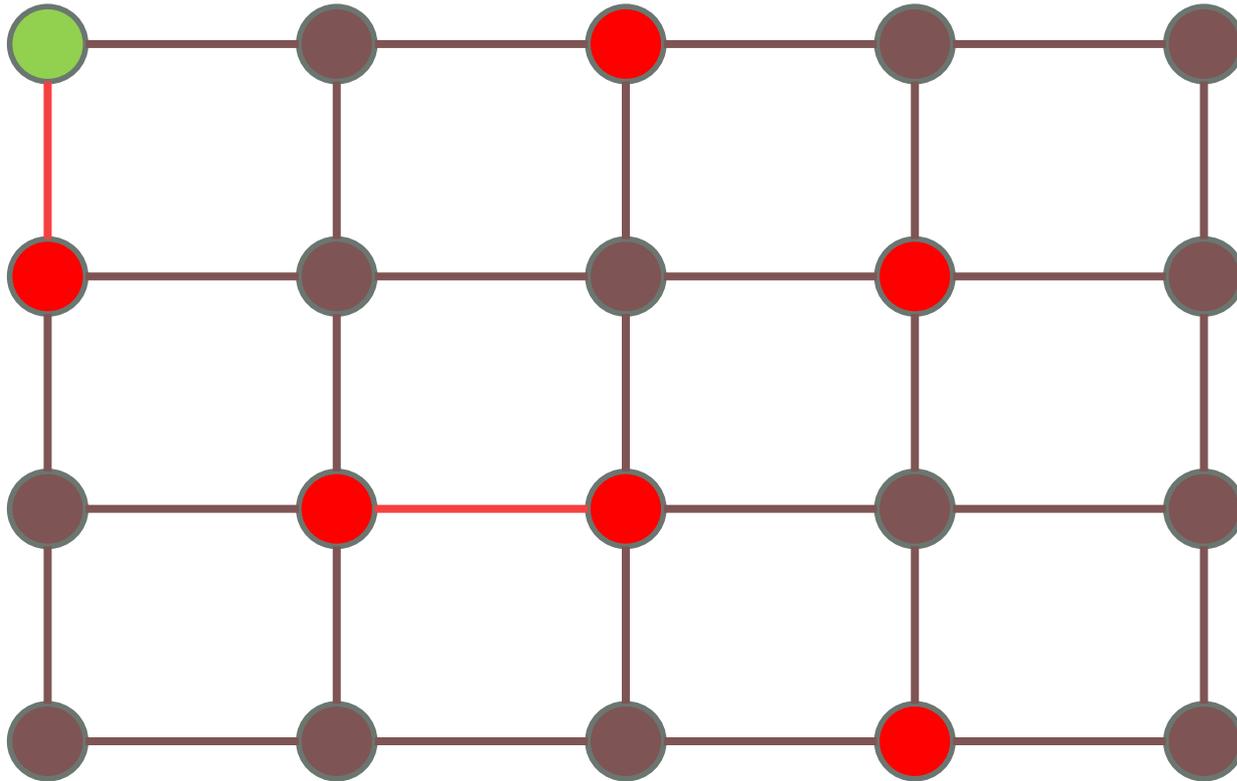
# Percolação

Os nós em vermelhos representarão os escolhidos com probabilidade  $p$  para intermediar a água



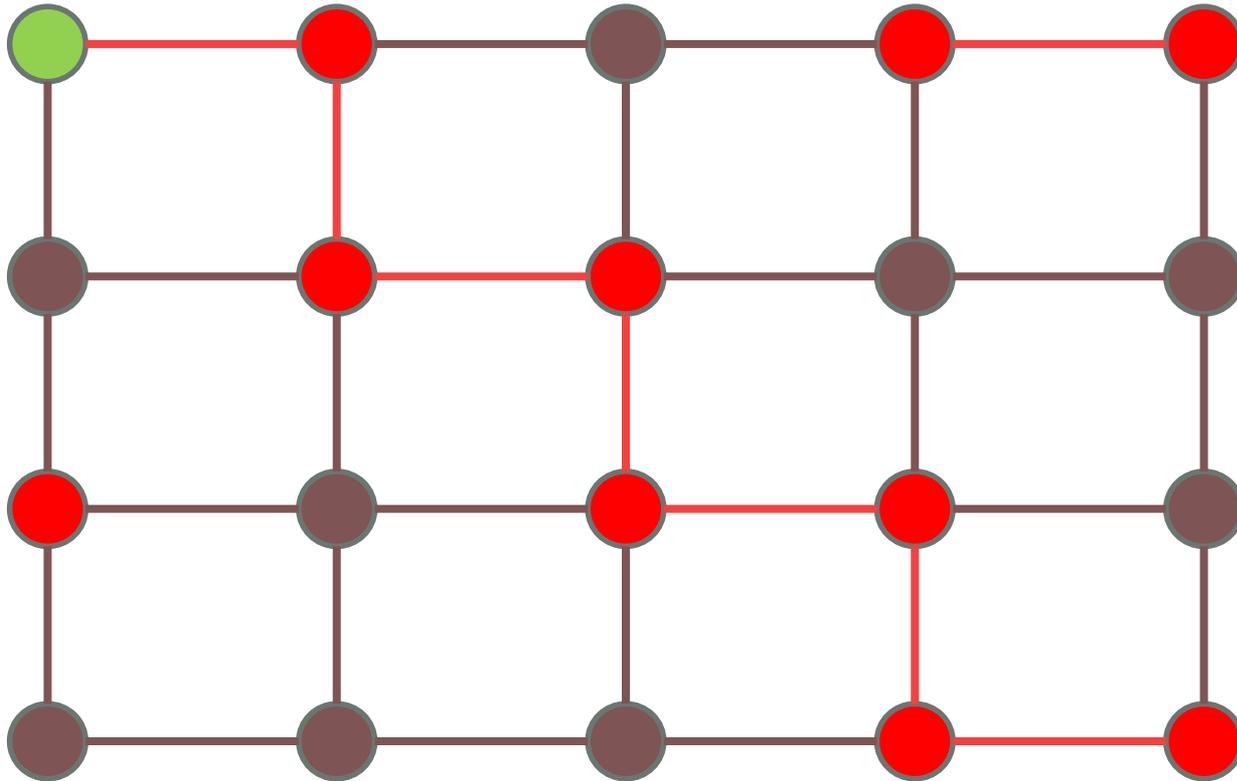
# Percolação

Se  $p$  for muito baixo, a água dificilmente conseguirá sair do meio em que se encontra.



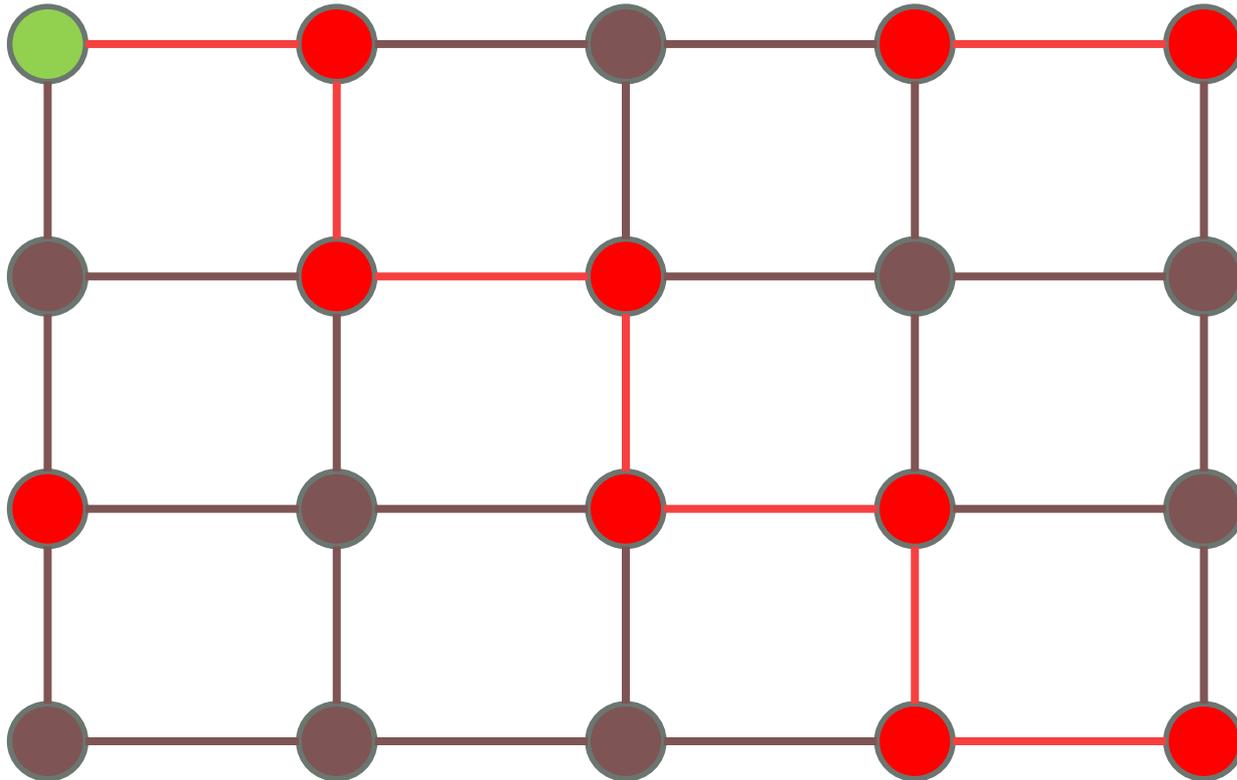
# Percolação

Esse sistema se torna interessante pois existe um valor  $p_c$  chamado de ponto crítico que garante a saída da água.



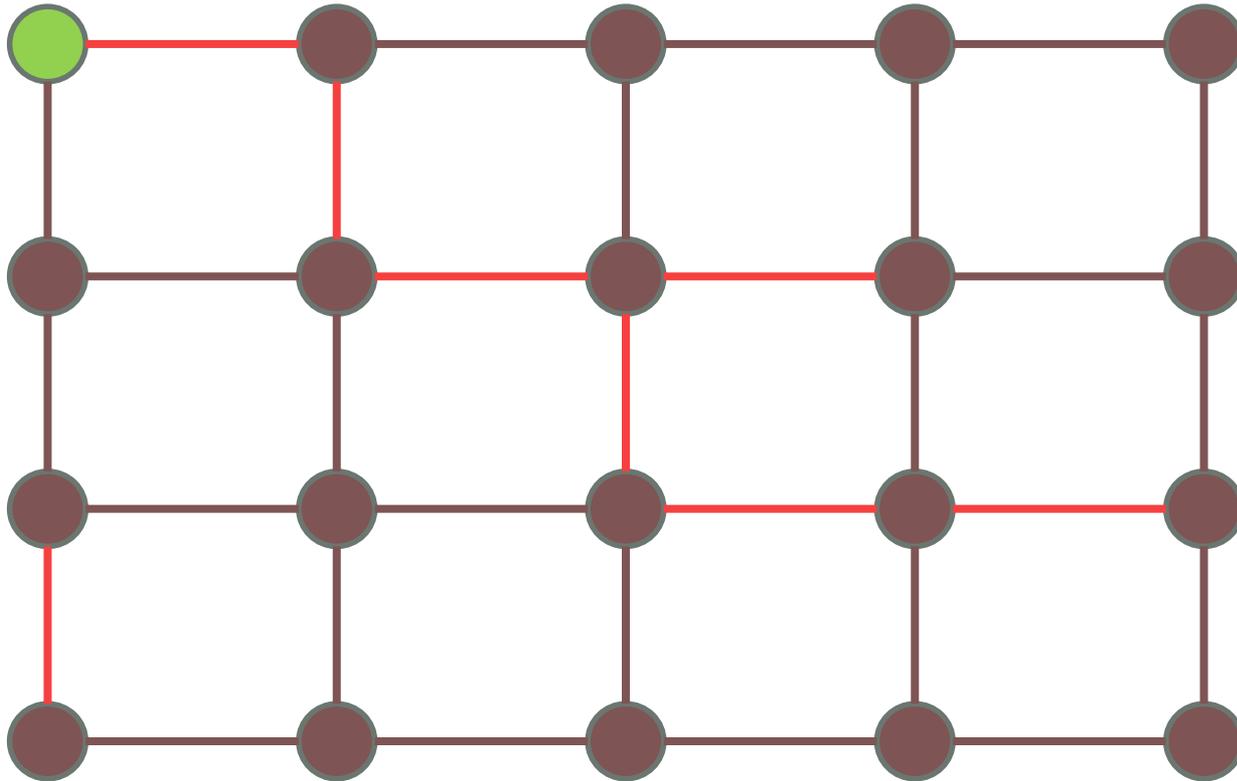
# Percolação

Essa forma de percolação é denominada “percolação de sítios” (*site percolation*)



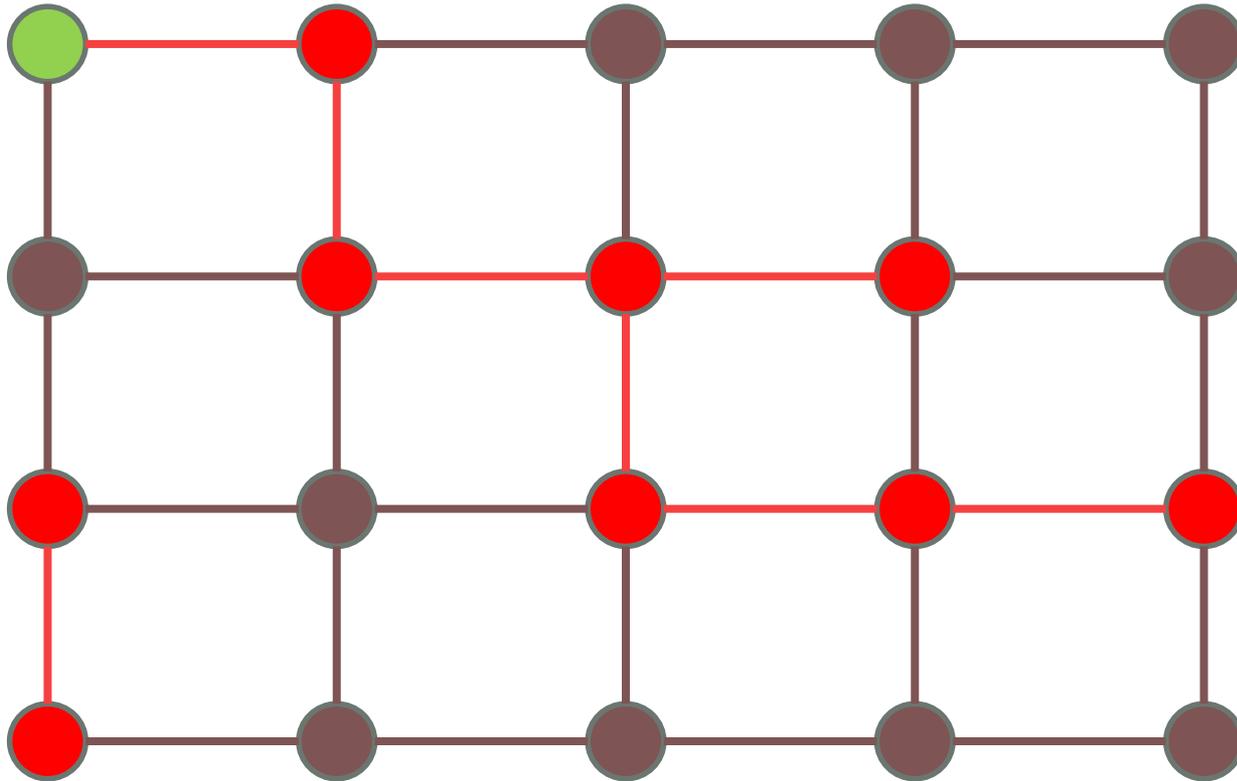
# Percolação

Outra forma é a percolação de ligação (*bond percolation*), as arestas são escolhidas com probabilidade  $p$



# Percolação

Esse processo é muito próximo do modelo de redes aleatórias Erdős-Rényi que veremos na próxima aula.



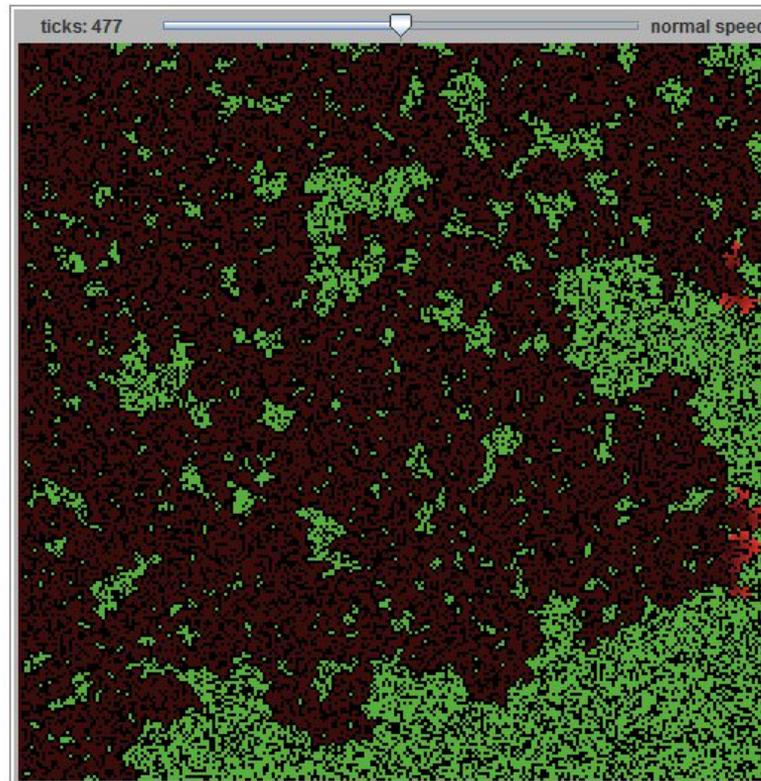
# Vamos Verificar o Ponto Crítico de uma Rede?

Percolação em uma floresta:

<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/run.cgi?Fire.738.574>

A partir de qual densidade o fogo sempre se espalha para mais de 60% da floresta?

Algo acontece quando mudamos a densidade de 59% para 60%.



# Vamos Verificar o Ponto Crítico de uma Rede?

Percolação em uma rede:  
<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/run.cgi?VirusonaNetwork.752.523>

Com qual porcentagem de chance de transmissão a doença se espalha para quase 100% da rede em algum momento?

Por volta de 3% a informação consegue atingir um maior número de nós. Também reparem que a informação começa a se difundir muito mais rápido a partir desse ponto.



# E o modelo SIR?

Bom, mas como a percolação se relaciona com o modelo SIR? Se em uma rede social temos:

- ❑ a probabilidade de contágio  $e$ ;
- ❑ o tempo que uma pessoa pode retransmitir a doença;

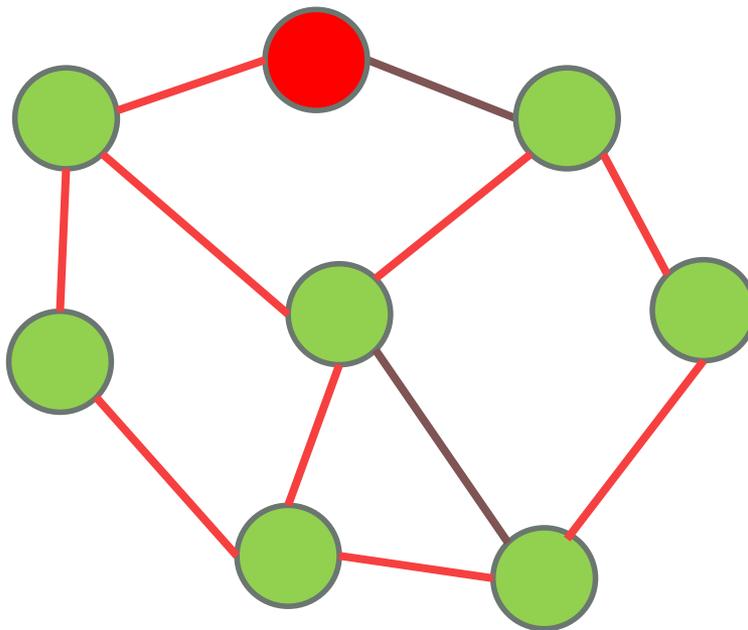
utilizamos o modelo da percolação para verificar o quanto da rede está suscetível à doença.



# Modelo SIR e a Percolação

$$p = 0.8, t_i = 1, T = 0$$

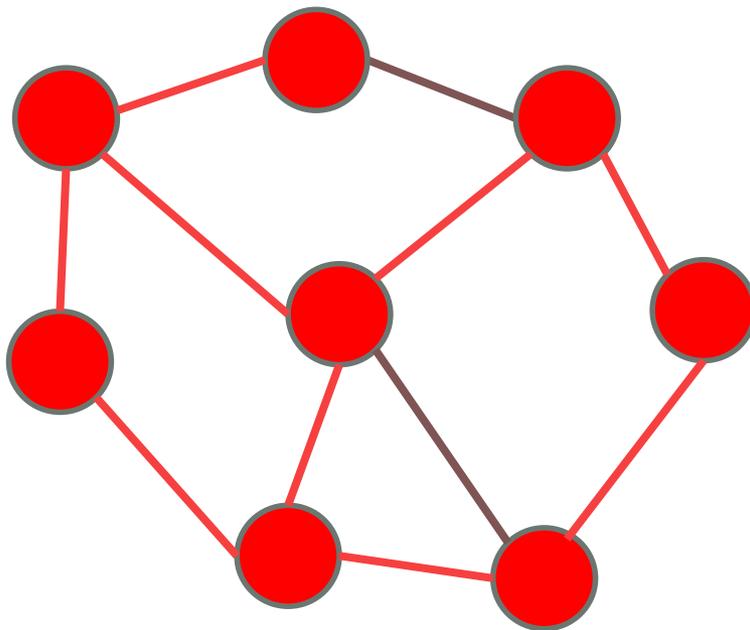
*Com probabilidade de 80% escolhemos as arestas que servirão de canal de transmissão da doença*



# Modelo SIR e a Percolação

$$p = 0.8, t_i = 1, T = 0$$

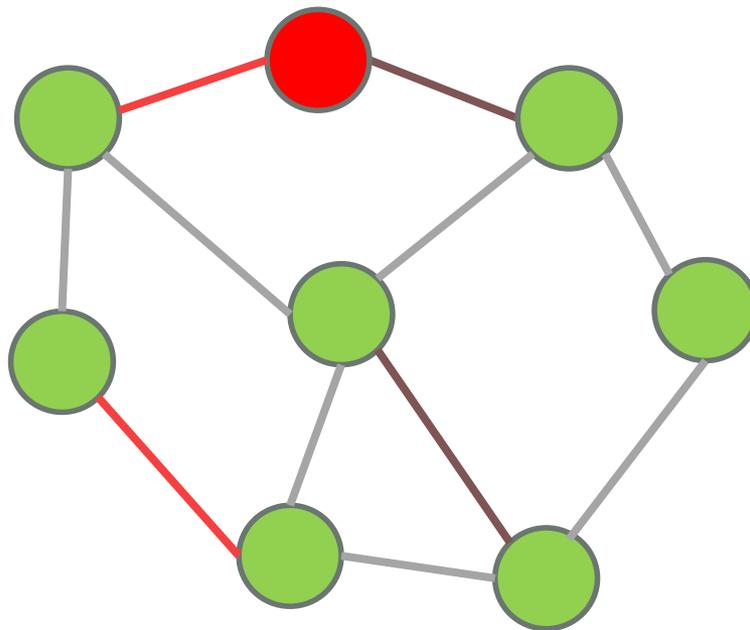
*Com probabilidade de 80% escolhemos as arestas que servirão de canal de transmissão da doença*



# Modelo SIR e a Percolação

$$p = 0.2, t_i = 1, T = 0$$

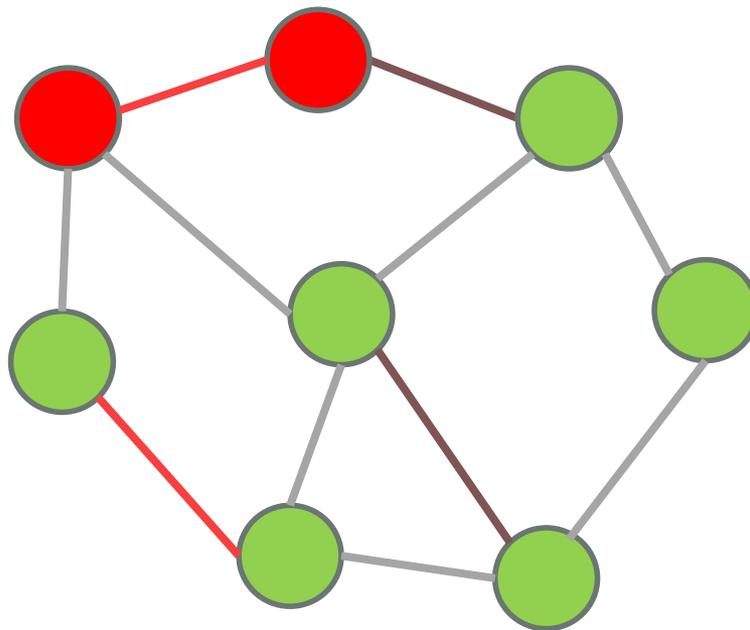
*Agora, com probabilidade de 20% escolhemos as arestas que servirão de canal de transmissão da doença*



# Modelo SIR e a Percolação

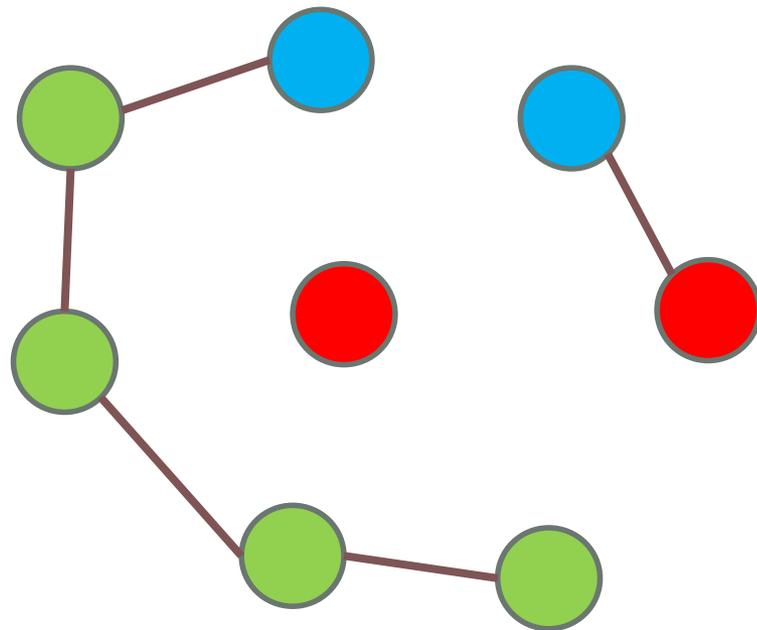
$$p = 0.2, t_i = 1, T = 0$$

*Agora, com probabilidade de 20% escolhemos as arestas que servirão de canal de transmissão da doença*



# Percolação e Tolerância a Falhas

Outra questão interessante que pode ser respondida com a difusão de informação e a percolação é o quanto resistente à falhas é uma rede complexa diante de ataques aleatórios.



# Percolação e Tolerância a Falhas

Se utilizarmos a percolação como a escolha de uma porcentagem de arestas (ou nós) a serem atacados e removidos, qual porcentagem será necessário para cortar a comunicação da rede?

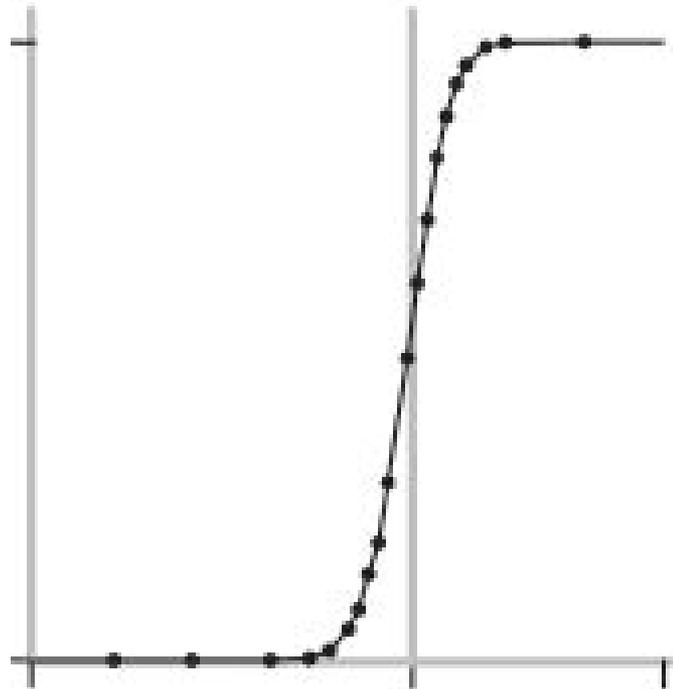


Pensando em epidemia, cortar comunicação = imunizar a rede.



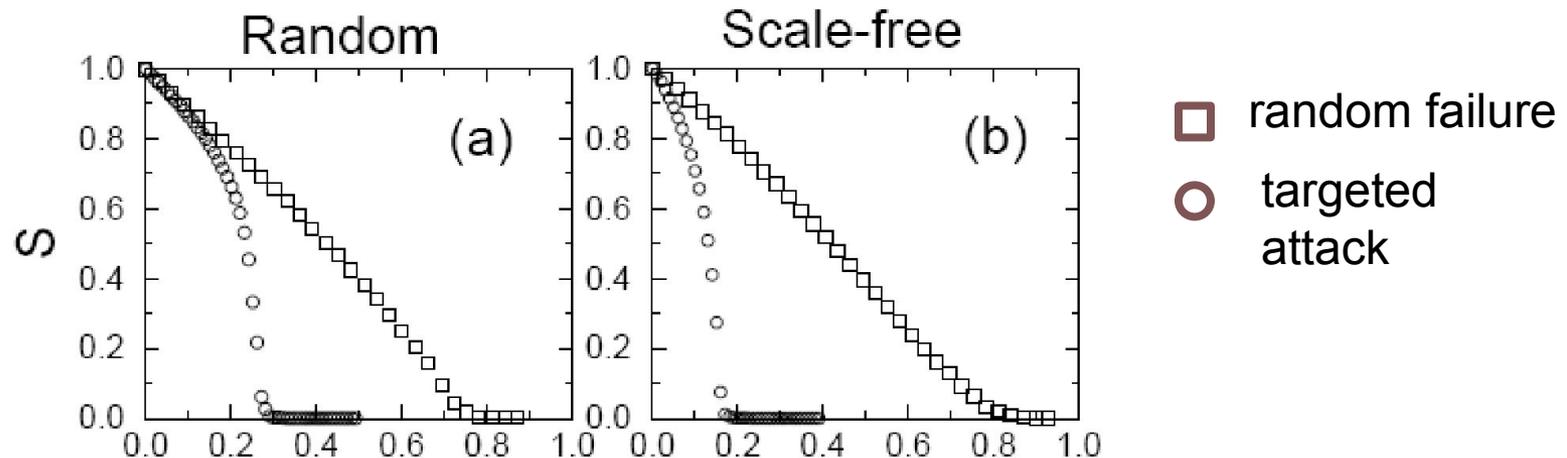
# Percolação e Tolerância a Falhas

Fazendo várias simulações a partir do modelo de percolação, podemos verificar com qual valor de probabilidade a rede é percolada. Esse valor é denominado **FASE CRÍTICA**.



# Redes Sem Escala x Redes Aleatórias

Tanto as redes sem escala como as redes aleatórias são resistentes a falhas eventuais, porém as redes aleatórias são mais resistentes à ataques direcionados.

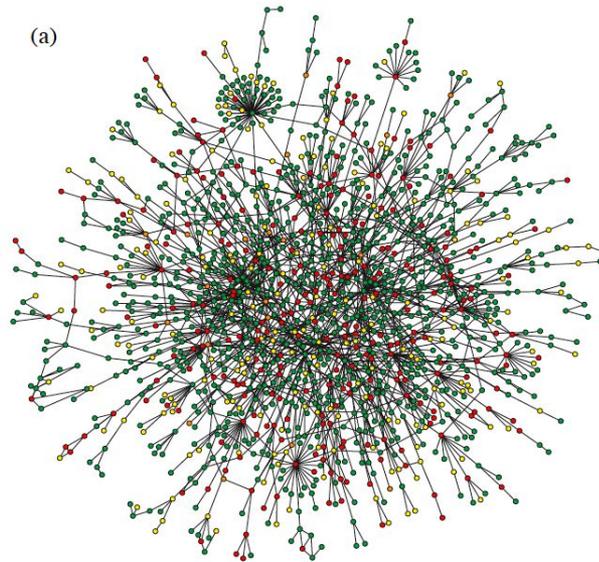


Source: Error and attack tolerance of complex networks. Réka Albert, Hawoong Jeong and Albert-László Barabási. Nature 406, 378-382(27 July 2000); <http://www.nature.com/nature/journal/v406/n6794/abs/406378A0.html>



# Falhas em Redes Biológicas

Redes de interação de proteínas seguem uma lei de potência, ou seja, existem nós nessa rede que servem como “hubs”.



Os nós de maior grau estão associados às proteínas essenciais do nosso organismo.



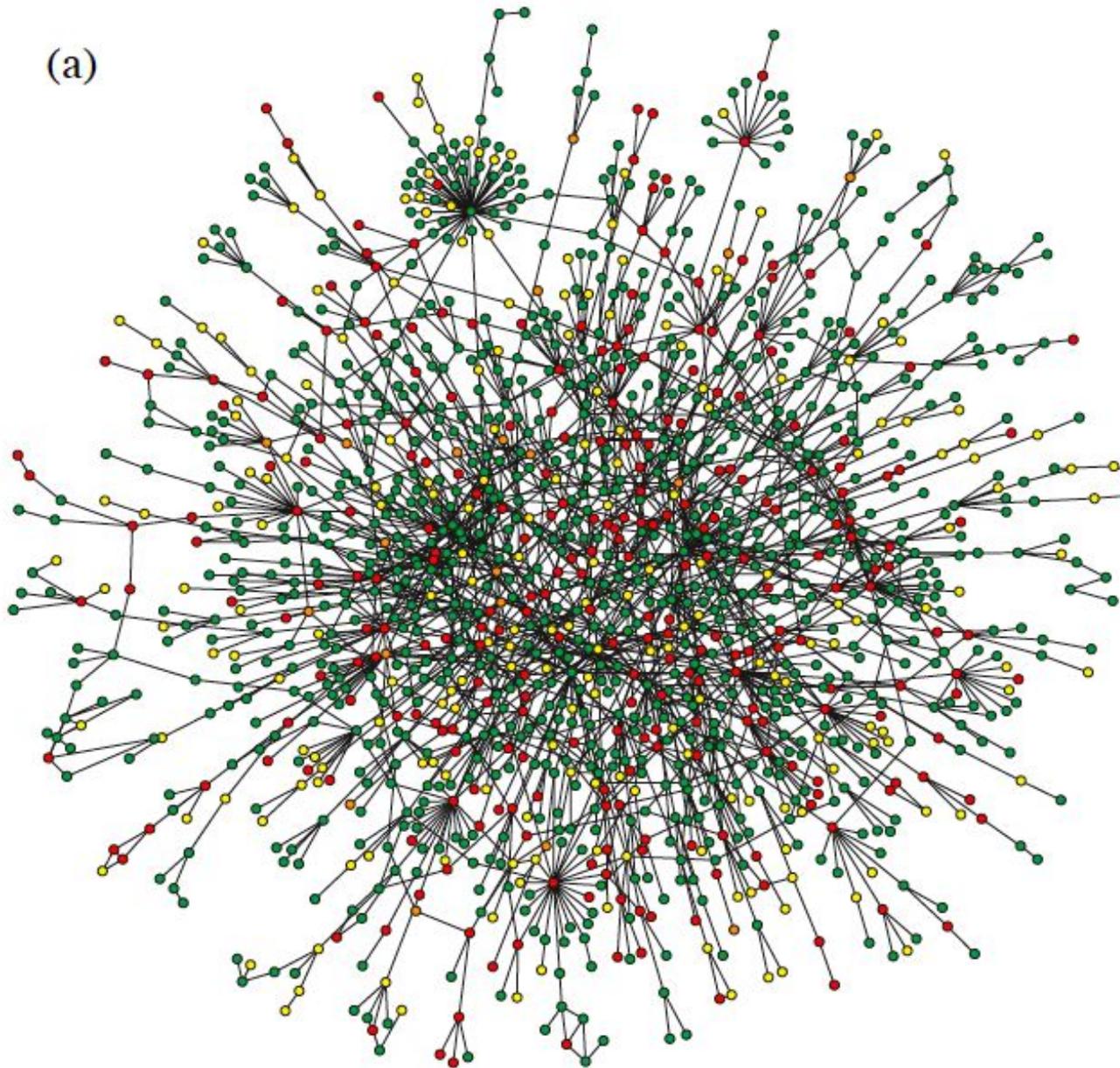
# Falhas em Redes Biológicas

Nesse tipo de rede, a ausência de uma proteína pode levar a:

- Morte
- Sem efeito
- Regeneração lenta
- Efeito desconhecido



(a)



Se removido:

- letal
- não letal
- regeneração
- lenta
- desconhecido



# Falhas em Redes Biológicas

Um ataque direcionado aos hubs tem grandes chances de ser letal ao organismo através de drogas ou venenos.

Além disso, se as proteínas centrais sofrerem mutações também pode ocorrer a morte do ser vivo.

Por sorte mutações ocorrem aleatoriamente e em pequenas taxas, e redes sem escala são resistentes a ataques aleatórios.

